

Les fondements de l'optique géométrique : Le principe de Fermat

Thomas Huault

Cours d'optique n° 1

1 Introduction

Par définition, l'optique (aussi bien géométrique, ondulatoire, non-linéaire que corpusculaire) est la science de l'étude des phénomènes perçus par l'oeil. Etant une des plus ancienne des sciences étudiées à ce jour, le plupart des principes qui en font les fondements sont connus depuis le 19^{ème} siècle. L'optique a connu sa révolution en 1905 lorsque Albert Einstein a introduit le concept du photon, le corpuscule de lumière, pour interpréter l'effet photoélectrique.

L'optique géométrique est la représentation des phénomènes propagatifs sous forme de rayons lumineux. La base en est le principe de Fermat que nous allons étudier et discuter ici.

2 Le principe de Fermat

2.1 Enoncé et historique

En 1657, P. de Fermat a énoncé un principe donnant tout son fondement à l'optique géométrique. Ce principe est valable dans les milieux isotropes pour une description des rayons lumineux ne dépendant pas de la nature ondulatoire de la lumière.

Il a donc été énoncé sous la forme suivante : *"La lumière se propage d'un point à un autre sur une trajectoire telle que la durée du parcours soit minimale"*.

2.2 Parcours de la lumière

2.2.1 Notions de chemin optique et d'indice de réfraction

Le chemin optique est défini comme étant le parcours réel qu'a effectué la lumière. Dans les milieux autres que le vide, les propriétés diélectriques des matériaux introduisent une modification de la longueur de la distance parcourue par la lumière.

Le chemin optique de la lumière pour aller d'un point A vers un point B, se notant $[AB]$, est l'équivalent de la distance géométrique entre le point A et le point B (distance équivalente à un parcours dans le vide), rapportée aux propriétés réfringentes du milieu en multipliant cette distance par l'indice de réfraction n .

$$[AB] = n.(AB)$$

où (AB) est la distance géométrique entre le point A et le point B.

La lumière se propage "plus difficilement" dans les milieux autres que le vide. L'indice de réfraction du vide, généralement noté n_0 , est considéré comme l'indice de référence et est égal à 1.

Exemple : Un rayon lumineux traverse une couche d'eau de 5 cm d'épaisseurs. Parallèlement,

un autre rayon lumineux traverse 5 cm d'air. L'eau a pour indice de réfraction $n = 1,33$ et l'air un indice sensiblement égal à celui du vide $\Rightarrow n = 1$. Dans l'eau, le rayon lumineux aura parcouru une distance $D = 1,33 \cdot 5 = 6,65 \text{ cm}$. Dans l'air, le rayon aura parcouru une distance $D' = 5 = 5 \text{ cm}$. Le rayon aura parcouru un chemin optique plus long dans l'eau que dans l'air.

2.2.2 Généralisation à une courbe quelconque

Soit une courbe C quelconque. On considère deux points eux aussi quelconques appartenant à la courbe C, infiniment voisin et distant d'une distance ds .

Le chemin optique séparant ces deux points va être défini par $dL = n \cdot ds$. dL est la différentielle de chemin optique ou encore, l'élément unitaire infinitésimal de chemin optique. Pour trouver le chemin optique L séparant deux points A et B sur cette courbe quelconque, il suffit de faire la somme intégrale de tous les éléments dL sur les coordonnées curvilignes s délimitées par les points A et B :

$$L(AB) = \int_{AB} n \cdot ds$$

2.2.3 Minimalisation et stationnarité de l'intégrale d'action du chemin optique

"Entre deux points A et B, atteints par la lumière, le chemin optique suivi le long du trajet est stationnaire".

La stationnarité du chemin optique vient de l'extrémalisation de l'intégrale du chemin optique. En d'autres termes; il s'agit ici de minimiser les écarts qu'il pourrait exister par rapport à la trajectoire empruntée réellement par la lumière. On parle alors de stationnarité du chemin optique lorsque les écarts $\delta L = L - L'$ entre la trajectoire prévue L et la trajectoire explorée L' sont infiniment petit par rapport à la variation de coordonnée curviligne d'un point M , δM , d'une trajectoire à l'autre (analogie avec la mécanique Lagrangienne).

3 Conséquences

3.1 Propagation dans les milieux homogènes

Une conséquence directe du principe de Fermat est la propagation rectiligne des rayons lumineux dans les milieux homogènes.

Un milieu homogène est caractérisé par une distribution uniforme de l'indice de réfraction, soit par le fait que l'indice de réfraction est le même en tout point du milieu.

L'intégrale de chemin optique devient alors :

$$L(AB) = \int_{AB} n \cdot ds = n \cdot AB$$

Le résultat de l'extrémalisation du chemin optique dans un milieu d'indice de réfraction homogène est donc une droite ; en effet, par analogie avec les déplacements, le chemin le plus court pour aller d'un point à un autre en l'absence d'obstacle est et a toujours été la ligne droite.

3.2 Principe du retour inverse de la lumière

"Le trajet de la lumière ne dépend pas de son sens de parcours".

La stationnarité du chemin optique permet de procéder à quelques considérations. Entre deux

points A et B, tous deux sur la trajectoire curviligne d'un rayon lumineux se propageant dans un milieu inhomogène, on peut exprimer l'intégrale de chemin optique comme il suit :

$$L(AB) = \int_{AB} n \cdot ds = \int_{BA} n(-ds) = \int_{BA} n \cdot ds'$$

En considérant que $ds' = -ds$ est l'élément de coordonnée curviligne de B vers A, on peut alors écrire $L(AB) = L(BA)$.

Dans le cas de l'étude d'un système optique, cela signifie que l'on pourra étudier la propagation de la lumière et le trajet des rayons lumineux sans se soucier du sens de propagation.

4 Conclusion : ce qu'il faut retenir

Le point le plus important de cette leçon est que la lumière va toujours minimiser son temps de trajet. Il en résulte donc plusieurs points importants.

En premier lieu, la conséquence directe du Principe de Fermat est la propagation rectiligne des rayons lumineux dans les milieux homogènes. Pour aller d'un point à un autre, la lumière va tracer une droite.

Secondement, dans le cas de l'étude de la propagation du rayon, on pourra tout aussi bien commencer l'étude du système par sa sortie ou son entrée.

Une conséquence fondamentale du principe de Fermat réside dans la réfraction des rayons lumineux que nous développerons dans le cours d'optique n°2 sur les lois de Snell-Descartes sur la réfraction de la lumière.