

# Les lois de Snell-Descartes

Thomas Huault

*Cours d'optique n° 2*

## 1 Changement de direction dans les milieux

Au passage d'une interface séparant deux milieux d'indices de réfraction distincts (dioptre), et sous une incidence quelconque différente de l'incidence normale, le rayon lumineux va changer de direction et se propager de sorte à former un angle à la normale au plan du dioptre différent de l'angle d'incidence du rayon lumineux par rapport à la normale.

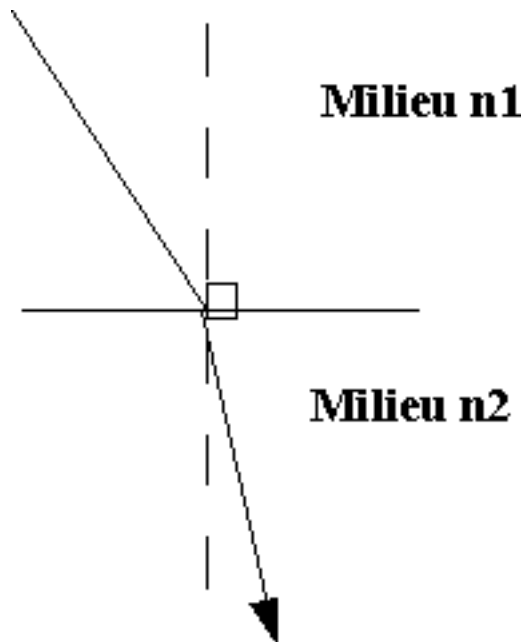


Figure 1: Illustration de la réfraction

Les lois de Snell-Descartes vont exprimer mathématiquement la valeur de l'angle correspondant au changement de direction.

Ces lois furent tout d'abord trouvées au  $XI^{eme}$  siècle par Al Haytam puis retrouvées par W. Snell en 1621 et enfin par René Descartes en 1637.

## 2 Différentiation du chemin optique

On peut écrire le vecteur de chemin optique rectiligne  $\overrightarrow{AB}$  sous la forme  $\overrightarrow{AB} = \vec{u} \cdot AB$  à condition que  $\vec{u}$  soit le vecteur unitaire portée par le rayon dirigé de A vers B. En conséquence, le chemin

optique s'exprime comme :

$$\overrightarrow{L(AB)} = n \overrightarrow{AB} = n \vec{u}_{AB}$$

On applique mathématiquement une variation infinitésimale aux extrémités A et B  $dA$  et  $dB$ . On écrit alors la variation du chemin optique :

$$dL(AB) = n d(u \cdot AB) = n AB \cdot du + n u \cdot dAB = n AB u \cdot du + n u \cdot (dB - dA)$$

$u$  étant un vecteur unitaire,  $u^2 = 1$  de même que  $d(u \cdot u) = 0$ . La variation de chemin optique s'écrit donc :

$$dL(AB) = n u \cdot (dB - dA)$$

La variation de chemin optique induite par la variation infinitésimale des extrémités A et B est proportionnelle à la différence de l'amplitudes de ces variations.

### 3 Forme générale de la loi de Snell-Descartes

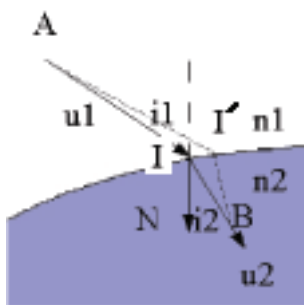


Figure 2:

Le chemin optique entre les points A, dans le milieu d'indice  $n_1$  et B, dans le milieu d'indice  $n_2$ , s'exprime par :

$$L(AB) = n_1 AI + n_2 BI$$

On détermine la variation de chemin optique en appliquant le principe de Fermat :

$$\delta L = n_1 u_1 \delta I - n_2 u_2 \delta I = -\delta I (n_2 u_2 - n_1 u_1)$$

où  $\delta I$  est la distance  $II'$  et  $u_1, u_2$  les vecteurs unitaires portés par les rayons lumineux.  $\delta L$  étant nul à  $\|\delta I\|^2$  près,  $(n_2 u_2 - n_1 u_1)$  est colinéaire au vecteur normal au dioptre N. En prenant un réel  $a$ , on écrit alors :

$$(n_2 u_2 - n_1 u_1) = aN$$

## 4 Lois essentielles de l'optique géométrique

### 4.1 La réfraction

#### 4.1.1 Plan incident et plan réfracté

Des lois générales de Snell-Descartes découle une loi fondamentale : "Le rayon incident et le rayon réfracté sont situés dans le même plan".

### 4.1.2 Angle incident-Angle réfracté

En multipliant la relation de Snell-Descartes par  $N$ , on fait apparaître les angles  $i_1 = (N, u_1)$  et  $i_2 = (N, u_2)$ . La relation s'écrit alors :

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2 = A$$

où  $A$  désigne une constante.

## 4.2 Réflexion des rayons lumineux

### 4.2.1 Plan d'incidence et plan de réflexion

Pour les mêmes raisons que la réfraction, le rayon réfléchi est contenu dans le plan d'incidence

### 4.2.2 Angle réfléchi

La multiplication des vecteurs dans la relation de Snell-Descartes définit l'angle  $(N, u_2) = i_2$  et de la même façon, l'angle  $i_1$ . Si  $i_2$  est un rayon réfléchi, les sinus sont alors égaux et opposés, ce qui entraîne :

$$i_1 = -i_2$$

## 5 Angle limite de réfraction

On distingue deux cas dans la réfraction par un dioptre découlant d'une condition sur le rapport des indices de réfraction des milieux. Le rapport des indices  $\frac{n_1}{n_2}$  borne le sinus de l'angle réfracté. Il en résulte donc un angle de réfraction limite décrit par :

$$\sin i_l = \frac{n_1}{n_2}$$

ans le premier cas où le passage du dioptre s'effectue d'un milieu d'indice  $n_1 \leq n_2$ , le rayon est toujours transmis. Si l'angle d'incidence est de  $\frac{\pi}{2}$ , l'angle réfracté est donné par l'angle  $i_l$ .

Si la traversée du dioptre s'effectue d'un milieu plus réfringent vers un milieu moins réfringent, l'angle d'incidence va alors être borné par l'angle de réfraction limite  $i_l$ . Au delà de cet angle, le rayon sera alors réfléchi. On parle de réflexion totale.