Cours de Thermodynamique n°3 :
La Pression

Thomas Huault

Cours de 1^{ere}, 2^{e} *et* 3^{e} *année d'études supérieures*

1 Définition

La pression exercée par un fluide est une force moyenne perpendiculire à la paroi sur laqualle elle s'exerce et exclusivement dirigée vers celle-ci dont l'origine est due aux innombrables collisions que les particules de ce fluide ont avec la surface de la paroi.
A titre d'exemple, à température ambiante et pression atmosphérique ($1013\,mbar = 1\,atm \approx 10^5\,Pa$), chaque microseconde voit se dérouler 10^9 chocs de particules avec $1\,mm^2$ de paroi.
Deux pressions différentes peuvent s'appliquer de part et d'autre d'une surface et ainsi donner lieu à une pression résultante dirigé dans la direction privilégié par la pression la plus forte.

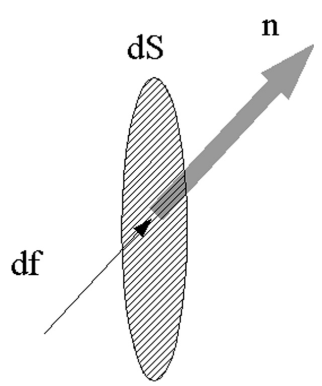
La pression est le résultat de l'application d'un force pressante (dirigée vers la surface) par unité de surface. On peut donc écrire :

$$df = P.dS$$

Qui s'esprime vectoriellement par :

$$d\overrightarrow{f} = P.dS.\overrightarrow{n}$$

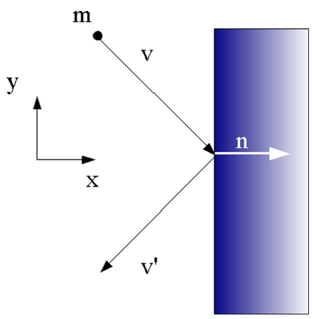
La pression est donc une grandeur scalaire. Elle s'exprime en Pascal ($1\,Pa = 1\,N.m^{-2}$) qui est équivalent à une énergie par unité de volume ($J.m^{-3}$).



2 Origine microscopique de la pression

Entre chaque collision, les particules d'un fluide se propagent de façon rectiligne. Pendant une collision entre particules, celles ci échangent de la quantité de mouvement entre elles. Au cours de

collisions avec une paroi, les particules échangent de la quantité de mouvement avec la paroi. Cet écange de quantité de mouvement avec la paroi donne naissance à la pression.
Soit une particule possédant une mass m et mue par une vitesse $\overrightarrow{v}$ ayant deux composantes (v_x, v_y) (raisonnement en deux dimensions).
Cette paricule vient se heurter à une paroi, parfaitement lisse à l'échelle de la particule, fixe, par un choc élastique.



Après la collision avec la paroi, la vitesse de la particule devient $v'(-v_x, v_y)$. Son énergie cinétique s'exprimant par $E_c = \frac{1}{2}m(v_x^2 + v_y^2)$ est inchangée, mais sa quantité de mouvement varie de la quantité :

$$\Delta(mv) = m\overrightarrow{v'} - m\overrightarrow{v} = -2mv_x\overrightarrow{n}$$

Cette variation exprime l'effet de la force résistante excercée par la paroi pendant le temps Δt de la collision sur la particule. On peut exprimer cette force par le prinipe fondamental de la dynamique :

$$f_{paroi/particule} = \frac{\Delta(mv)}{\Delta t}$$

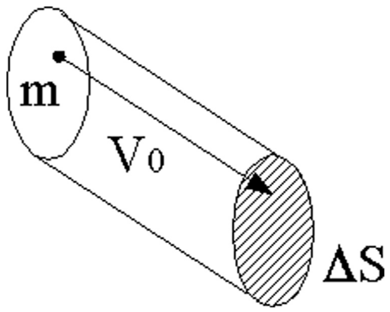
La particule exerce aussi pendant ce même temps une force $f_{particule/paroi} = -f_{paroi/particule}$.

3 Exprexxion de la pression

On considère maintenant que Δt est l'unité de temps telle que $\Delta t = 1$. Soit un élément de surface ΔS, siège de N collisions pendant la durée de l'unité de temps. Ceci équivaut à dire que N particules échanges $N.\Delta(mv)$ quantité de mouvement avec l'élément de surface.
On exprime alors force résultante sur l'élément de surface :

$$\Delta\overrightarrow{F_x} = -N\frac{\Delta(mv)}{\Delta t} = -N.\Delta(mv) = -N(-2mv_x\overrightarrow{n})$$

On appelle dv_0 la densité volumique de particules ayant une vitesse v_0. On considère que les particules percutant l'élément de surface sont initialement contenues dans un cylindre oblique de base ΔS et de génératrice de longueur $L = |v_0|\Delta t$.



Le volume du cylindre s'exprime par : $V = v_{0x}\Delta t\Delta S$, avec v_{0x} la composante selon $\overrightarrow{x}$ de v_0.
Le nombre de particule dans le cylindre est :

$$N_{v_0} = dv_0 V = dv_0 v_{0x}\Delta S$$

La force produite par les collisions des particules s'écrit donc :

$$\Delta\overrightarrow{F_{v_0}} = -X_{v_0}\Delta(mv_0) = 2dv_0 mv_{0x}^2\Delta S\overrightarrow{n}$$

La pression sur l'élément de surface due aux particules de vitesse v_0 se déduit donc par :

$$P_{v_0} = \frac{|\Delta F_{v_0}|}{\Delta S} = 2dv_0 mv_{0x}^2$$

Pour avoir P, on prend en compte toutes les particules ayant une vitesse positive selon x :

$$P = \sum_v d_v m v_x^2$$

où d_v est la densité de particules à la vitesse v.
Dans un gaz à l'équilibre, la densité ne dépend que du module dela vitesse. La pression étant isotrope, on peut écrire :

$$P = \sum_v d_v m v_x^2 = P = \sum_v d_v m v_y^2 = P = \sum_v d_v m v_z^2$$

Comme $|v|^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_x^z$, P devient alors :

$$P = \frac{1}{3}\sum_v d_v m|v|^2$$

On définit la vitesse quadratique par $< v^2 >= \frac{1}{d}\sum_v d_v|v|^2$. P se réécrit :

$$P = \frac{1}{3}dm < v^2 >$$

En exprimant la densité $d = \frac{N}{V}m$ où ? est le nomre total de particules, on obtient au final :

$$PV = \frac{M}{3} < v^2 >$$

avec M, la masse totale du système. Le produit PV est donc relié à la vitesse quadratique par une simple relation de proportionnalité.