Théorie cinétique du gaz parfait

cours de 1^{ere}, 2^{eme} et 3^{eme} année d'études supérieures

1 Loi des gaz parfaits

Le gaz parfait es un modèle de gaz idéal qui permet de décrire de nombreuses lois physiques.
Dans un gaz parfait, on ne tient pas compte des interactionx entre les molécules ou les atomes de gaz. Seules rentres en considérations les collisions que l'on considère comme instantannée et élastiques. La seule énergie possible est donc l'énerge cinétique des particules du gaz.

Considérons un gaz quelconque dans un volume V, à la pression P et psédant un nombe n de moles. La température absolue de ce gaz est défini par :

$$T = \lim_{p \to 0} \frac{P.V}{n.R} \tag{1}$$

R est appelée constante des gaz parfaits. Elle a été choisie de sorte qu'au point de coexistence solide(liquide-gzeaux de l'eau, la température soit de $273.16\,K$. Cette constante vaut $8;3145\ J.mol^{-1}.K^{-1}$.
Dans le cas des gaz parfait, la relation (1) est définie quelle que soit la température car il n'est pas nécessaire de faire tendre la pression vers 0 pour que les particules d'un gaz parfait n'intéragissent pas entre elles. Par conséquent, la relation (1) s'écrit :

$$P.V = n.R.T \tag{2}$$

qui est la loi des gaz parfaits, qui peut s'écrire aussi sous la forme :

$$P.V = N.k_B.T$$

2 Energie

2.1 Différentes formes d'énergie

- E : l'énergie mécanique, composée de l'énergie cinétique et de l'énergi potentielle telle que $E = E_c + E_{pot}$. L'énergie potentielle intervient rarement dasn les systèmes thermodynmiques à l'échelle humaine mais joue un rôle non négligeable dans les systèmes de la taile des océans ou de l'atmosphère ;
- U : l'énergie interne, composée de l'énergie cinétique microscopique et de l'énergie potentielle comprenant les forces d'interactions entre les particules du gaz ;

L'énergie interne n'est pas directement mesurable mais se manifeste dans les variations de température ou de la chaleur spécifique.

2.2 Energie totale d'un gaz parfait

Soit un gaz parfait de N particules soumises à l'accélération de la pesanteur $\overrightarrow{g}$. La i^{eme} particule à une énergie :

$$\epsilon_i = \frac{1}{2}m_i v_i^2 + mgz_i$$

L'énergie totale des particules s'écrit :

$$E + U = \sum_{i=1}^{N}(\frac{1}{2}m_i v_i^2 + mgz_i)$$

Le terme $\sum mgz_i$ est le terme de l'énergi potentielle de pesanteur macroscopique nité E_p.
Décomposons la vtesse $_i$:

$$v_i = V_G + v_{i'}$$

V_G est la vitesse du barycentre du système et $v_{i'}$ la vitesse de la particule dan sle repère barycentrique. On écrit donc :

$$\frac{1}{2}m_i v_i^2 = \frac{1}{2}m_i V_G^2 + m_i V_G v_{i'} + \frac{1}{2}m_i v_{i'}^2$$

Si $M = \sum m_i$ est la masse du système, le terme en $v_{i'}$ étant nul (vitesse dan sle repère barycentrique $\Rightarrow$ moyenne nulle), l'énergie totale du gaz parfait peut s'écrire :

$$E + U = \left(\frac{1}{2}MV_G^2 + E_p\right) + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N} m_i v_i \quad (3)$$

Les deux premiers termes du membre de droite représentent l'énergie mécanique macroscopique totale des N particules, le dernier terme représente l'énergie cinétique microscopique et constitue l'énergie interne du gaz parfait.

2.3 Energie interne du gaz parfait

L'énergi cinétique moyenne s'écrit :

$$< \epsilon_i >= \frac{1}{2}m_i < v_i'^2 > \quad (4)$$

Come toutes les particules sont équivalentes, l'énergie interne s'écrit donc :

$$U = N < \epsilon_i >= \frac{1}{2}N.m_i < v_i'^2 > \quad (5)$$

Les particules ayant la même vitesse barycentrique, on peut enlever les indices i.
La pression s'écrit : $P = \frac{1}{3}\frac{N}{V}m < v^2 >$. L'énergie interne peut donc se réécrire :

$$U = \frac{3.N.P.V}{2.N} = \frac{3}{2}P.V$$

En utilisant la loi des gaz parfaits, cette énergie devient :

$$\frac{3}{2}N.k_B.T \quad (6)$$

Cette énergie représente toute l'énergie des particules dan sle cas d'un gaz mono-atomique.

On voit donc que l'énergie interne d'un gaz parfait se réduit à l'énergie des particules de ce gaz dans le repère barycentrique.

On en déduit alors la prmière loi de Joule énonçant que l'énergie interne d'un gaz parfait ne dépend que de sa température.

Dans le cas des gaz diatomiques, cette énergie s'écrit :

$$U = \frac{5}{2}.N.k_B T$$

2.4 Mélange de gaz parfaits - Loi de Dalton

En mettant en cont ct deux gaz parfaits à des température différentes, ils tendent à se thermaliser pour atteindre un état d'équilibre thermodynamique.
Ceci est équivalent à dire qu'à l'équilibre, les particules des deux gaz auront la même énergi cinétique moyenne :

$$\frac{1}{2}m < v_a^2 >= \frac{1}{2}m < v_a^2 >= \frac{3}{2}k_B.T$$

Il y a équipartition de l'énergie. On peut écrire la pression du mélange de gaz :

$$P = \frac{1}{3}d_a m_a < v_a^2 > + \frac{1}{3}d_b m_a < v_b^2 >= P_a + P_b \tag{7}$$

C'est la loi de Dalton. Les d sont les densités des gaz a ou b. Les P_a et P_b sont les pressions partielles de chauq eespèce, la pression partielle étant la paression qu'exercerait un gaz s'il occupait tout les volume disponible à lui seul.